

## Limity

$X = [x, y]$ , nebo  $X = [x, y, z]$ ,  $O = [0, 0]$ .

$$1. \lim_{X \rightarrow O} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} \quad [1]$$

$$2. \lim_{X \rightarrow O} \frac{(\sin(x + y))^2}{(x + y)^2} \quad [1]$$

$$3. \lim_{X \rightarrow O} \left( x \cdot \sin \frac{1}{y} + y \cdot \sin \frac{1}{x} \right) \quad [0]$$

$$4. \lim_{X \rightarrow [0,1,0]} \frac{\sin(xy^2z^2)}{xyz} \quad (\text{zlomek rozšíříme členem } yz) \quad [0]$$

$$5. \lim_{X \rightarrow [4,0]} \frac{\tan(xy)}{y} \quad [4]$$

$$6. \lim_{X \rightarrow O} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} \quad (\text{převést do polárních souřadnic}) \quad [0]$$

$$7. \lim_{X \rightarrow [1,2]} \frac{1 + xy}{1 - xy} \quad [-3]$$

$$8. \lim_{X \rightarrow [0,1]} \frac{\sqrt{x^2 + (y-1)^2} + 1 - 1}{x^2 + (y-1)^2} \quad (\text{zlomek vhodně rozšíříme}) \quad \left[ \frac{1}{2} \right]$$

$$9. \lim_{X \rightarrow O} \frac{x^2 + y^2 + xy^2}{x^2 + y^2} \quad (\text{převést do polárních souřadnic}) \quad [1]$$

$$10. \lim_{X \rightarrow O} \left( \frac{1}{x^4 + y^4} \cdot e^{-\frac{1}{x^2 + y^2}} \right)$$

**Poslední příklad vyřešíme zde:**

$$\lim_{X \rightarrow O} \left( \frac{1}{x^4 + y^4} \cdot e^{-\frac{1}{x^2 + y^2}} \right) = \left[ \begin{array}{l} \text{přejdeme k polár-} \\ \text{ním souřadnicím} \end{array} \right] = \lim_{r \rightarrow 0} \left( \frac{1}{r^4 \cdot (\cos^4 \varphi + \sin^4 \varphi)} \cdot e^{-\frac{1}{r^2}} \right) =$$

$$= \left[ \begin{array}{l} t = 1/r \\ t \rightarrow +\infty \end{array} \right] = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( e^{-t^2} \cdot t^4 \cdot \frac{1}{\cos^4 \varphi + \sin^4 \varphi} \right) = \left[ \begin{array}{l} \text{funkce jdoucí k nule} \\ \text{násobena omezenou funkcí} \end{array} \right] = 0$$