

Limity funkcí

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^2 - 1})$

2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + x})$

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{2x^2 - x} - \sqrt{x^2 - x})$

4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 2})$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x}$

7) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 4x}{x - \pi}$

8) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\tan 5x}$

9) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 4x + 3}$

10) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + x - 2}$

11) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5 + 1}{x^7 + 1}$

12) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 - 7x + 6}$

Asymptoty grafu funkce

Zjistěte, zda graf dané funkce má svislou asymptotu. Pokud ano, určete, kterým bodem na ose x prochází a načrtněte graf v blízkosti asymptoty.

1) $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 4x + 4}$, 2) $f(x) = \frac{\sin x}{x^2}$, 3) $f(x) = \frac{x \tan 5x}{\sin^2 2x}$, 4) $f(x) = \ln |x - 3|$.

Nalezněte rovnici vodorovné nebo šikmé asymptoty (pokud existuje) grafu zadané funkce.

1) $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1}$, 2) $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2}{2x^3 - 4}$, 3) $f(x) = \frac{x^2}{x(|x + 1| - x)}$.

Derivace

Zderivujte následující funkce.

1) $f(x) = \sqrt{2x^2 - x} - \sqrt{x^2 - x}$, 2) $f(x) = \frac{\tan 2x}{\sin x}$, 3) $f(x) = \frac{x^5 + 1}{x^7 + 1}$.

4) $f(x) = \ln \frac{x}{x + 1}$, 5) $f(x) = e^{x^2 - 3x}$, 6) $f(x) = \arctan \frac{2}{x - 1}$, 7) $f(x) = 2^{\cos x}$.

Výsledky (bez záruky)

Limity funkce

1) $-1/2$, 2) $-1/2$, 3) $+\infty$, 4) 0 , 5) $3/2$, 6) 2 , 7) 4 , 8) $-1/5$, 9) $27/2$, 10) 0 , 11) $5/7$, 12) $-2/5$.

Svislé asymptoty

1) $x = -2$, 2) $x = 0$, 3) $x = k\pi/2$, $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$, $x = (2k + 1)\pi/10$, $k \in \mathbf{Z}$, 4) $x = 3$.

Vodorovné a šikmé asymptoty

1) $y = x + 1$, 2) $y = 1/2$, 3) $y = x$ pro $x \rightarrow +\infty$, $y = -1/2$ pro $x \rightarrow -\infty$.

Derivace

1) $\frac{4x - 1}{2\sqrt{2x^2 - x}} - \frac{2x - 1}{2\sqrt{x^2 - x}}$ 2) $\frac{2 \sin x - \sin 2x \cos 2x \cos x}{\sin^2 x \cos^2 2x}$, 3) $\frac{-2x^{11} - 7x^6 + 5x^4}{(x^7 + 1)^2}$,

4) $\frac{1}{x(x + 1)}$, 5) $e^{x^2 - 3x}(2x - 3)$, 6) $\frac{-2}{(x - 1)^2 + 4}$, 7) $-2^{\cos x} \ln 2 \sin x$.