

**Použitím**  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$  **spočtěte:**

1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+1}$       2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^2}$       3)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^2}$   
4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^x$       5)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$       6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{1}{x}}$

[e;  $+\infty$ ; 0; 1; e;  $e^2$ ]

**Určete všechny asymptoty funkcí, načrtněte graf v blízkosti asymptot:**

1)  $f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 1}$       2)  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4x + 3}$   
3)  $f(x) = \frac{x|x+1|}{x-2}$       4)  $f(x) = \sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^2 + x}$

**Výsledky**

1) vodorovná asymptota  $y = 3$ ; 2) vodorovná asymptota  $y = 1$ ; svislá asymptota  $x = 3$ ;  
3) svislá asymptota  $x = 2$ , šikmá asymptota v  $+\infty$ :  $y = x + 3$ , šikmá asymptota v  $-\infty$ :  
 $y = -x - 3$ ; 4) vodorovná asymptota  $y = -1$ .

**Vypočítejte derivace funkcí:**

1)  $\frac{x+1}{2x-3}$       2)  $\sin^2(x+x^2)$   
3)  $\frac{1}{\cos 3x}$       4)  $\tan(2x-1)$   
5)  $\ln \frac{x}{x-2}$       6)  $\log \frac{1}{x^2+1}$   
7)  $e^{2x+1}$       8)  $a^{2x+1}$   
9)  $x^{2x+1}$       10)  $\arcsin(3x+2)$   
11)  $\arctan(x+1)$       12)  $\sqrt[3]{x^2+4x}$   
13)  $\sqrt[5]{(2x+5)^3}$       14)  $\cos x \cdot \sin^2 3x$

**Výsledky**

1)  $\frac{-5}{(2x-3)^2}$ ; 2)  $(1+2x) \cdot 2 \sin(x+x^2) \cdot \cos(x+x^2)$ ; 3)  $\frac{3 \sin 3x}{\cos^2 3x}$ ; 4)  $\frac{2}{\cos^2(2x-1)}$ ;  
5)  $\frac{-2}{x(x-2)}$ ; 6)  $\frac{-2x}{(x^2+1) \cdot \ln 10}$ ; 7)  $2e^{2x+1}$ ; 8)  $2a^{2x+1} \cdot \ln a$ ; 9)  $x^{2x+1} \left(2 \ln x + \frac{2x+1}{x}\right)$ ;  
10)  $\frac{3}{\sqrt{1-(3x+2)^2}}$ ; 11)  $\frac{1}{1+(x+1)^2}$ ; 12)  $\frac{2x+4}{3\sqrt{(x^2+4x)^2}}$ ; 13)  $\frac{6}{5\sqrt{(2x+5)^2}}$ ;  
14)  $-\sin x \cdot \sin^2 3x + 6 \cos x \cdot \sin 3x \cdot \cos 3x$ .