

- 1) Vypočítejte  $\int \left( 2 \cos(3x + \pi) + \frac{6}{2 - 3x} + \sqrt[5]{(4x + 1)^3} \right) dx$  a určete intervaly, na kterých integrál existuje.
- 2) Vypočítejte  $\int \operatorname{arccotg}(2x) dx$ . Použijte metodu per partes a potom vhodnou substituci.
- 3) Vypočítejte obsah rovinné oblasti ohraničené osou  $y$ , přímkou  $y = x$  a křivkou  $y = \sqrt{x} + 2$ .
- 4) Pomocí transformace do polárních souřadnic  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ ,  $J = r$  vypočítejte  $\iint_{\Omega} \sqrt{2 + 2(x^2 + y^2)} dx dy$ , kde  $\Omega$  je čtvrtkruh ve třetím kvadrantu o poloměru 1.
- 5) Vypočítejte  $\int_3^{\infty} \frac{x}{(x-1)(x-2)} dx$ .
- 6) Je dána separovatelná diferenciální rovnice  $(x-1)y' = y^2(x-4)$ . Nalezněte partikulární řešení splňující počáteční podmínku  $y(0) = -2$ .
- 7) Použitím Laplaceovy transformace vyřešte diferenciální rovnici  $y'' + 2y' = 4$  s počátečními podmínkami  $y(0^+) = 0$ ,  $y'(0^+) = 0$ .

**Testy:** Zaškrtněte správnou odpověď.

- I) Nechť  $F(x)$  je primitivní funkce k funkci  $f(x)$ , pak určitý integrál  $\int_a^b f(x) dx$  se rovná
  - a)  $F(a) - F(b)$ ,
  - b)  $F(b) - f(a)$ ,
  - c)  $F(b) - F(a)$ ,
  - d)  $f(b) - f(a)$ .
- II) Diferenciální rovnice  $y' + y \sin x = 4 \sin x$ 
  - a) je pouze separovatelná,
  - b) je pouze lineární,
  - c) je lineární i separovatelná,
  - d) není ani lineární, ani separovatelná.
- III) Obrazem posloupnosti  $\{f_n\}_{n=0}^{\infty} = \{2, 1, 1, 1, \dots\}$  v Z-transformaci je funkce
  - a)  $\frac{z+2}{z-1}$ ,
  - b)  $\frac{2z-1}{z-1}$ ,
  - c)  $\frac{z-2}{z-1}$ ,
  - d)  $\frac{2z+2}{z-1}$ .
- IV) Absolutní hodnota jakobiánu transformace definované vztahy:  $x = \frac{u+v}{3}$ ,  $y = \frac{2u-v}{3}$  je
  - a)  $\frac{1}{3}$ ,
  - b)  $\frac{2}{9}$ ,
  - c)  $\frac{1}{9}$ ,
  - d)  $-\frac{1}{3}$ .
- V)  $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{\cos^2 x/2} dx$  se rovná
  - a)  $\frac{1}{2}$ ,
  - b)  $-\frac{1}{2}$ ,
  - c)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,
  - d) 2.

Výsledky

1)  $\frac{2}{3} \sin(3x + \pi) - 2 \ln|2 - 3x| + \frac{5}{32} \sqrt[5]{(4x + 1)^8} + C$ , intervaly  $(-\infty, 2/3)$ ,  $(2/3, \infty)$ .

2)  $x \operatorname{arccotg}(2x) + \frac{1}{4} \ln(1 + 4x^2) + C$

3)  $\frac{16}{3}$

4)  $\frac{\pi}{12}(8 - 2\sqrt{2})$

5)  $\infty$

6)  $y = \frac{1}{3 \ln|x - 1| - x - 1/2}$

7)  $y = -1 + 2t + e^{-2t}$ .

**Testy:** Správné odpovědi jsou: **I c)**, **II c)**, **III b)**, **IV a)**, **V d)**.