

- 1) Vypočítejte $\int \left(2e^{-4x} + \frac{3}{(3x+2)^3} - \frac{2}{x} \right) dx$ a určete intervaly, na kterých integrál existuje.
- 2) Určete intervaly, na kterých integrál $\int x e^{2x} dx$ existuje a metodou per partes jej vypočítejte.
- 3) Určete objem rotačního tělesa, které vznikne rotací kolem osy x rovinného útvaru ohraničeného osou x , osou y , funkcí $f(x) = \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt[4]{x^2+1}}$ a přímkou $x = \sqrt{3}$.
- 4) Vypočítejte $\int_{1/4}^{1/3} \frac{6}{\sqrt{1-3x}} dx$.
- 5) Metodou separace proměnných vyřešte diferenciální rovnici $y' = \frac{\sin x}{3y^2 \cos^2 x}$ s počáteční podmínkou $y(0) = 1$.
- 6) S použitím transformace $x = r \cos \varphi$, $y = 1 + r \sin \varphi$, Jakobián $J = r$; r , φ jsou polární souřadnice, vypočítejte $\iint_{\Omega} (x+2y) dx dy$, kde Ω je pravý půlkruh kruhu $x^2 + (y-1)^2 \leq 1$.
- 7) Pomocí Laplaceovy transformace vyřešte diferenciální rovnici $y'' - 5y' + 6y = e^x$ s počátečními podmínkami $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

Testy: Zaškrtněte správnou odpověď.

- I) Je dána posloupnost $f_n = (-3)^n$, $n \in \mathbf{N}_0$. Obraz posloupnosti f_n posunutý o dvě doprava je
 - a) $\frac{3z}{z+3}$
 - b) $\frac{z^2}{z+3}$
 - c) $\frac{-3}{z(z+3)}$
 - d) $\frac{1}{z(z+3)}$
- II) $\int \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}} dx$ se rovná
 - a) $-\arccos 3x$,
 - b) $\arcsin 9x$,
 - c) $\frac{1}{3} \arcsin 3x$,
 - d) $3 \arcsin 3x$.
- III) Nechť funkce $u(x)$, $v(x)$, $u'(x)$, $v'(x)$ jsou integrovatelné na intervalu I , potom platí
 - a) $\int u'(x)v(x)dx = u(x)v'(x) - \int u(x)v'(x)dx$
 - b) $\int u'(x)v(x)dx = u'(x)v'(x) - \int u(x)v(x)dx$
 - c) $\int u'(x)v(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v'(x)dx$,
 - d) $\int u'(x)v(x)dx = u(x)v(x) - \int u(x)v'(x)dx$.
- IV) Obecné řešení diferenciální rovnice $y'' - y' - 6y = 0$ má tvar
 - a) $C_1 e^{3x} + C_2 e^{-2x}$,
 - b) $C_1 e^{3x} + C_2 e^{2x}$,
 - c) $C_1 + C_2 e^{-2x}$,
 - d) $C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$.
- V) Množina $\Omega = \{[x, y]; y \geq x \wedge y \leq x^2 - 2x + 2 \wedge x \geq 0 \wedge x \leq 1\}$ je dána zápisem
 - a) $x \in \langle 0, 1 \rangle$,
 - b) $x \in \langle 0, 1 \rangle$,
 - c) $x \in \langle 0, 2 \rangle$,
 - d) $x \in \langle -1, 0 \rangle$,
 - $y \in \langle x, x^2 + 2x + 2 \rangle$,
 - $y \in \langle x, x^2 - 2x + 2 \rangle$,
 - $y \in \langle x, x^2 - 2x + 2 \rangle$,
 - $y \in \langle x^2 - 2x + 2, x \rangle$,

Výsledky

1) $-\frac{1}{2}e^{-4x} - \frac{1}{2(3x+2)^2} - 2\ln|x| + C$, intervaly $(-\infty, -\frac{2}{3})$; $(-\frac{2}{3}, 0)$; $(0, \infty)$.

2) $\frac{1}{2}x e^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x}$, intervaly $(-\infty, \infty)$.

3) $V = 2\pi$

4) 2

5) $y = \sqrt[3]{\frac{1}{\cos x}}$

6) $\frac{2}{3} + \pi$.

7) $y = \frac{1}{2}e^x - 2e^{2x} + \frac{3}{2}e^{3x}$.

Testy: d), c), d), a), b).