

- 1) Určete hodnotu čísla  $p \in \mathbf{R}$  tak, aby daná soustava pro neznámé  $x, y, z, u$  měla dvouparametrické řešení. Kolik je v tom případě dimenze lineárního prostoru všech řešení přidružené homogenní soustavy? Svě tvrzení zdůvodněte.

$$\begin{aligned} x - 2y - z - 2u &= 1 \\ 2x + 2py + 3z &= 2 \\ 3x + 2y + 2z - 2u &= 3 \\ 3x + 10y + 7z + pu &= 3 \end{aligned}$$

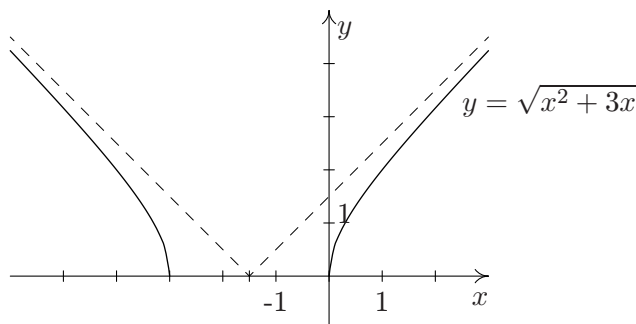
- 2) Je dán lineární obal vektorů  $(-5, -1, -1), (4, 5, 8), (1, 3, 5), (-2, 1, 2)$ . Určete bázi daného  $LOB$  a zjistěte, zda vektor  $\mathbf{x} = (-6, 3, 7)$  patří do  $LOB$ . Svě tvrzení zdůvodněte.
- 3) Dokažte, že matice  $\mathbf{A}$  je regulární a vypočítejte prvek  $a_{32}^{-1}$  inverzní matice k matici

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

- 4) Určete asymptoty grafu funkce  $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x}$ . Načrtněte části grafu v blízkosti asymptot a napište jejich rovnice.
- 5) Zjistěte, zda daná posloupnost  $\left\{ \frac{4+n}{2n+1} \right\}_{n=1}^{\infty}$  je ohraničená, vypočítejte její limitu.
- 6) Nalezněte tečnu ke grafu funkce  $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2 + 1}$  v bodě  $T = [2, ?]$ , napište její rovnici.

### Výsledky

- 1)  $p = 2$ , dimenze = 2 = počet volitelných parametrů.
- 2) Bázi tvoří libovolná dvojice ze čtyř zadaných vektorů. Vektor  $\mathbf{x}$  není z  $LOB$ , protože spolu s prvky báze tvoří LNZ skupinu.
- 3) Matice je regulární, protože má nenulový determinant.  $a_{32}^{-1} = 7/15$ .
- 4) Graf má dvě šikmé asymptoty:  $y = x + 3/2$  pro  $x \rightarrow \infty$ , a  $y = -x - 3/2$  pro  $x \rightarrow -\infty$ .
- 5) Posloupnost je klesající, shora omezená svým prvním členem  $5/3$ , zdola omezená limitou rovnou  $1/2$ .
- 6) Bod dotyku je  $T[2, 1/2]$ , rovnice tečny je  $y = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}$



- 1) Určete hodnotu čísla  $p \in \mathbf{R}$  tak, aby daná soustava pro neznámé  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $u$  měla dvouparametrické řešení. Kolik je v tom případě dimenze lineárního prostoru všech řešení přidružené homogenní soustavy? Své tvrzení zdůvodněte.

$$\begin{aligned}x - 2y - z - 2u &= 1 \\2x + 2py + 3z &= 2 \\3x + 2y + 2z - 2u &= 3 \\3x + 10y + 7z + pu &= 3\end{aligned}$$

- 2) Je dán lineární obal vektorů  $(-5, -1, -1)$ ,  $(4, 5, 8)$ ,  $(1, 3, 5)$ ,  $(-2, 1, 2)$ . Určete bázi daného *LOB* a zjistěte, zda vektor  $\mathbf{x} = (-6, 3, 7)$  patří do *LOB*. Své tvrzení zdůvodněte.
- 3) Dokažte, že matice  $\mathbf{A}$  je regulární a vypočítejte prvek  $a_{32}^{-1}$  inverzní matice k matici

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

- 4) Určete asymptoty grafu funkce  $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x}$ . Načrtněte části grafu v blízkosti asymptot a napište jejich rovnice.
- 5) Zjistěte, zda daná posloupnost  $\left\{ \frac{4+n}{2n+1} \right\}_{n=1}^{\infty}$  je ohraničená, vypočítejte její limitu.
- 6) Nalezněte tečnu ke grafu funkce  $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2 + 1}$  v bodě  $T=[2, ?]$ , napište její rovnici.