1) Určete alespoň jednu bázi lineárního obalu vektorů: $(2,1,-1),\ (3,2,0),\ (1,0,-2),\ (3,4,6),$ $(4,5,7)$.

2) Proveďte diskuzi řešení dané soustavy vzhledem k parametru p.

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 2x & - & y & + & 3z & - & 4u & = & -4 \\ x & + & 2y & - & z & + & 3u & = & 8 \\ -x & - & 7y & + & 6z & - & p\,u & = & -28 \end{array}$$

3) Vypočítejte determinant

$$|\mathbf{A}| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 5 \end{vmatrix}.$$

4) Určete rovnice všech tečen ke grafu funkce $f(x) = x^3+3x^2-21x+11$, které jsou rovnoběžné s přímkou $y = 3x+5$.

5) Zjistěte lokální extrémy funkce $f(x) = \dfrac{4x}{\mathrm{e}^{x^2}}$.

6) Vypočítejte limity:

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x - \sin x}{x^2\, \sin x}$, b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{(2n+3)^2(1+n-3n^2)^3\,(5n^3-n+2)}{4n\,(3n^3+n^2-7)^2\,(n^2+8n-1)^2}$

Veškerá svá tvrzení zdůvodněte.

Výsledky

1) Bázi tvoří libovolná dvojice ze zadaných vektorů.

2) Pro $p \neq 13$ má soustava jednoparametrické řešení (nekonečně mnoho řešení závislých na jednom parametru), pro $p = 13$ má soustava dvouparametrické řešení.

3) Dva sloupce matice $\mathbf{A}$ jsou stejné, tedy $\det\mathbf{A} = 0$.

4) $t_1:\quad y+11 = 3\,(x-2),\quad$ bod dotyku $T_1 = [2,-11]$,
$t_2:\quad y-79 = 3\,(x+4),\quad$ bod dotyku $T_2 = [-4,79]$.

5) Lokální minimum je v bodě $x = \dfrac{-1}{\sqrt{2}}$, lokální maximum v bodě $x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

6) a) $\dfrac{1}{6}$, **b)** -15.