

Ukázka 1. zápočtového testu

1) Určete definiční obor dané funkce, načrtněte obrázek definičního oboru.

a) $f(x, y) = \sqrt{\frac{\cos x}{x^2 - y^2 - 1}}$

b) $f(x, y) = \arccos(x^2 + y)$.

2) Nalezněte rovnici tečné roviny τ ke grafu funkce $z = f(x, y)$ v bodě T .

a) $f(x, y)$ je dána implicitně rovnicí: $x^3 + y^2 + z^2 - xyz - 4 = 0$, $T = [1, 1, 2]$.

b) $f(x, y) = \frac{x + 3y}{x^2 y^3}$, $T = [1, -1, 2]$.

3) Nalezněte lokální extrémy funkce.

a) $f(x, y) = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 9x - 5y + 4$

b) $f(x, y) = x^3 + 4y^2 - 4xy$.

Výsledky

1a) Definiční obor tvoří pásy zleva ohraničené přímkami $x = (4k - 1)\frac{\pi}{2}$, zprava přímkami $x = (4k + 1)\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbf{Z}, k \neq 0$, shora a zdola rovnoosou hyperbolou s vrcholem v počátku a poloosou délky 1, zleva přímkou $x = -\frac{\pi}{2}$, zprava hyperbolou a zleva hyperbolou, zprava přímkou $x = \frac{\pi}{2}$. Dále pak pásy zleva ohraničené přímkami $x = (4k + 1)\frac{\pi}{2}$, zprava přímkami $x = (4k + 3)\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$ a hyperbolou buď pouze shora, nebo pouze zdola. Přímkami do definičního oboru patří, hyperbola nikoli.

1b) Definiční obor je pás mezi dvěma parabolami otočenými dolů, s vrcholy v $[0, 1]$ a $[0, -1]$, včetně parabol.

2a) $\tau : x + 3z - 7 = 0$,

2b) $\tau : -5x + 3y - z + 10 = 0$.

3a) Lokální maximum v bodě $[13/10, -3/5]$.

3b) Lokální minimum v bodě $[2/3, 1/3]$

Pokud naleznete jakoukoliv chybu, dejte mi prosím vědět.